「超」入門　微分積分

タイトル　　「超」入門　微分積分

著　　者　　神永正博（かみなが　まさひろ）

出 版 社　　講談社　ブルーバックス

発 売 日　　2012 年 9 月 20 日

ページ数　　225 ページ

　図書館の新刊書の棚で見つけた微分積分の入門書です。この種の入門書は、見かけ倒しの本が多く、あまり期待しないで覗いてみましたが、考え方が大学時代に友人と一緒に考えたアプローチに近かったので紹介します。
　もう数学の世界からはほぼ引退していますが、孫たちがぼつぼつ大学に入る年齢になってきました。そこで、孫たちにいつ聞かれても答えられるように過去に戻ってみることにしました。

　高校時代は、公式を丸暗記するとその公式の意味する内容を理解しないまま、すぐに応用問題に取り掛かるという毎日でした。したがって、微積分の考え方のコツを理解できるようになったのは、大学に入って友人と暇な時間を利用して議論してからでした。
　実際に微積分を理解するために本書の内容を授業でこなそうとすると、高校の授業時間では足りません。
　本書は副題に『学校では教えてくれない「考え方のコツ」』とあるように、紙や鉛筆がなくても、乗り物の中でも、リラックスして読めるように構成されています。
　目次を見てみましょう。

第1章　積分とはどういうことか
- 積分の存在意義
- 2 つの思考実験
- 切り口を見よ
- 感覚と論理

第2章　微分とはどういうことか
- 微分の存在意義
- さまざまな関数たち
- 微分は下心をもってせよ

第3章　微積分の可能性を探る

・1800 年目の真実

・穴を埋める

・曲がりなりにも

・微積分の正体

目次からも判るように、本書では微分積分といいながら、まず積分から入ります。というのも、小学校で習った図形の面積や体積の計算は、本書でも分かるように、じつは積分の世界にそのまま繋がっているからです。それに対し、微分は積分と違って、ほとんどの人にとって高校で初めてお目にかかる馴染みのない世界だからです。

微分積分学を発展させた解析学の専門家である著者は、一見難しそうなことを、判り易い図で、小さく分けて簡単なことの積み重ねにして理解しようとするのが、微分積分の基本的な考え方だというのです。微積分の「勘所」を楽にマスターできるように、微積分の基本を大胆にイメージ化して考え方のコツを伝授してくれます。

高校時代の「暗記と計算だけのツマラナイ微積分」に「さよなら」できる絶好のチャンスです。

また、高校の授業では「目的意識なし」に微積分の勉強を強いられますが、本書のように何故その公式が成立するのかを根気よく追求する姿勢が、私たちが何か問題に突き当たった時に大いに役立つ訳です。つまり、問題解決型の視点から勉強していくことが必要だと本書でも述べています。

そこで、少し面白かったところを紹介しますが、ページ数にすると 200 頁ちょっとなので 2 つばかり紹介しましょう。

その 1.

円と球について、こんな話があります。

(1)「円の面積」を微分すると「円周の長さ」になる。

(2)「球の体積」を微分すると「球の表面積」になる。

やってみましょう。まず、(1) はどうでしょうか。

半径 r の円の面積は

$$\pi r^2$$

これを r で微分すると

$$\frac{d}{dr}\left(\pi r^2\right) = 2\pi r$$

このように円周の長さが得られます。

（2）はどうでしょうか。

半径rの球の体積は

$$\frac{4}{3}\pi r^3$$

これをr　で微分してみると

$$\frac{d}{dr}\left(\frac{4}{3}\pi r^3\right) = 4\pi r^2$$

となり、球の表面積が得られます。

ご存知の方には当たり前の話ですが、はじめて見る人にとっては「狐につままれたような気分。偶然じゃないの」と言われそうです。

ところが、偶然ではなく著者はこれを図にしてうまく説明してくれます。

その 2.

「ネイピア数はどこから来たのか」では、

$$e = 2.718\cdots$$

についての話が出てきます。一般に、eは自然対数の底と呼ばれています。

関数$y = x^\beta$の$x = 0$から$x = x$までの面積は

$$\int_0^x x^\beta dx = \frac{1}{\beta+1}x^{\beta+1} - \frac{1}{\beta+1}$$

で表すことができます。ところが、この式には問題があって、$\beta = -1$のとき、

つまり、

$$x^\beta = x^{-1} = \frac{1}{x}$$

の積分をするとき、右辺の分母が 0 になって、うまくいきません。さて、どう考えるかという問題です。

著者は、$f(x) = \dfrac{1}{x}$のグラフで、面積が 1 となるときの $\displaystyle\int_1^x \frac{1}{x}dx$ の積分範囲xの値がe（ネイピア数）であることを導いてくれます。すなわち、

$$\int_1^e \frac{1}{x}dx = 1$$

が得られます。勿論、

$$\int_1^x \frac{1}{x}dx = \log x$$

についても記されています。中身はもっと濃いので本文を是非お読みください。

対数表示では、底が2の時はlg、底がeの時はln、底が10の時はlogで表され、底が2の場合はbit（ビット）、eの場合はnat（ナット）、10の場合はdit（ディット）でそれぞれ表わされます。

本書には、理解を深めるために沢山の図や写真が用いられており、問題のイメージを徹底的に膨らませてくれます。問題ごとに図を上手く描けるようになれば、考え方のコツを掴むことができ、物事を広く、深く考えることが出来るようになります。

本書の考え方を理解してしまえば、将来ある種の難解な問題に遭遇した場合でも、何とか切り抜けられる力を身に付けることが出来ます。

やる気のある中学生や高校生にはお薦めの一冊です。

2012. 11. 15