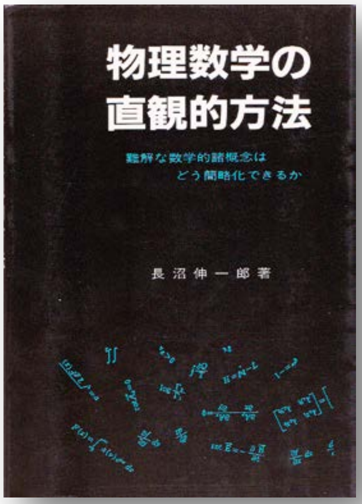


タイトル	物理数学の直感的方法 難解な数学的諸概念はどう簡略化できるか
著　　者	ながぬま しんいちろう 長沼 伸一郎
出 版 社	通商産業研究社
発 売 日	1987 年 10 月 5 日
ページ数	194 頁

評者が 29 年前に読んだ本書をここで紹介するのは、2016 年 9 月 20 日に出版された著者の「経済数学の直感的方法」の中で述べている「ブラック・ショールズ理論」（ブラック・ショールズ方程式とはデリバティブの価格付けに現れる編微分方程式のこと）を見かけたからである（この時評者は 47 歳)。

本書は理工系で学ぶ数学の難所突破の特効薬と言われているが、経済数学でもこのような本があれば多くの経済学部の学生達が嬉々として経済数学に取り組むのではないかと思われるので、まず本書がどのような理論展開をしているかを知ってもらい、経済学部でどのような数学的準備をすればよいかを覗いてみたい。

京都大学の鎌田浩毅教授の、『理系的思考法でムダを省く　ものごとを「構造」で考えよ』(中央公論 2011－3 月号　p /60～p /69）を読む機会があった。理系的思考法は、芸術的感覚や文学上の議論のように個人の感性に大きく作用されるものと異なり、方法論さえ学べば誰もが身につけることが出来るという。「構造」でものごとを考えるとは、一言でいうと、「関係性の中でものごとを見極めていく視点」である。すなわち、長大な議論も「一言でいえばこうです」と話の骨格をまとめてみる手法である。

これは難解と言われる哲学書や科学書を理解するとき非常に役立つ。哲学者の例を挙げれば、カントの「認識論的転向」は、「人は思い込みで世界を認識する」と言えばよい。また、ヴィトゲンシュタインの「言語論的転向」とは、「人は言葉でしか世界を認識できない」と一言でまとめられる。

こうした見方は、専門家から、正確ではない、とケチがつくかも知れないが、**最初にざっくり理解するにはこれで十分なのである。そもそも全員が哲学者になるのではないのだから、何も理解できない気持ちの悪さをずっと引きずるよりはるかに良い**だろう。

評者の学生時代には、鎌田教授の言う「棚上げ方」を良く使っていた。棚上げ方とは判らないことに出会っても、一時的に棚上げして取敢えず前に進む方法論である。今うまくいかなくても、ここで無理をせ

ずに先へ行ったら案外道が開けてくる。しかし、こうした方法論は珍しいものではなく、「何だ、自分も普段やっていたよ」という読者も少なからずいるはずである。

本書では、テーマを 10 項目に分けて取り扱っているが、これは物理学科の学部 4 年間で扱う内容のうち突破しづらい部分をほぼカバーしている。
各章はどれも独立して読めるようになっており、また本書では要点だけ書いてあるので、教科書との併用は必要かも知れない。

さっそく目次を見てみよう。

大学時代に悩まされた数式の数々が列挙されていて懐かしい。以下では、式の誘導に苦労したベクトル解析の rot（回転）の部分だけを紹介しておこう。

著者が言うには、rot（rotation）に関しては、

1. 相当優秀な人でも明確なイメージを描いていない
2. 誰もが、理解していないのは自分だけで、周囲は皆これを理解しているに違いないと思い込んでいる
3. ベクトル解析の教科書は、いずれもこれに関してエレガントではあるが、イメージの描きにくい説明方法をとっている

これは、学生だけの現象なのかと著者は問う。

通常ベクトル解析では div と rot を同時に教える。このうち div（発散）については比較的意味をとりやすい。

$$\mathrm{div}\bar{A}=\frac{\partial A_x}{\partial x}+\frac{\partial A_y}{\partial y}+\frac{\partial A_z}{\partial z}$$

たとえば、x 方向の流れ A_x が、ある小さな箱型の部分を通り抜けたとき、通り抜ける前より流量が増えていたとすれば、それはその箱の中に流量を増やす作用があるということ

であり、流量の増分は $\dfrac{\partial A_x}{\partial x}$ である。

そしてそれを y 方向、 z 方向、についても求めて全部合計してしまえば、それが箱から湧き出し、発散を意味するものだということは、比較的容易に判るからである。

ところが、同じ調子で rot の意味を掴もうとすると、これがさっぱり判らない。たとえば rot $\vec{A}$ の z 成分は $\left(\mathrm{rot}\ \vec{A}\right)_z = \dfrac{\partial A_y}{\partial x} - \dfrac{\partial A_x}{\partial y}$ である。そして教科書には、これはベクトル場の回転を意味するのだと書いてある。

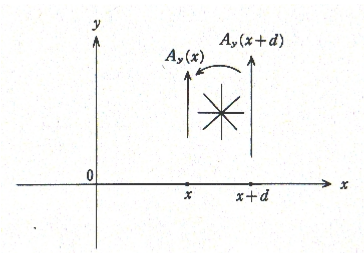
ところがなぜこれが回転なのかを知ろうとして読み進めていくと、大抵の場合そこにはストークスの定理とベクトル解析の公式を使った証明が書いてあるだけで、読者が一番知りたいこと —— なぜ A_y を x で微分するのか？　なぜ A_x を y で微分するのか？　なぜマイナスが付くのか？ —— に対する答えがない。このため大多数の読者は rot の意味を掴みかねてしまう。

rot の意味というのは、ベクトル場を水流と考えたとき、その流れの中にある微小な水車の回転速度と解釈できる。図のような水車の回転速度はどういう値になるか考えてみよう。

流速を示す関数を A_y、水車の直径を d とすれば、両側での速度の差は

$$A_y(x+d) - A_y(x)$$

である。



この速度差がトルクとして水車に作用するのだから、回転速度はそれを水車の直径で割った

$$\frac{A_y(x+d)-A_y(x)}{d}$$

となる。ここで水車の直径を無限小にしてやる、すなわち d→0　とすれば

$$\lim_{d\to 0}\frac{A_y(x+d)-A_y(x)}{d} = \frac{\partial A_y}{\partial x}$$

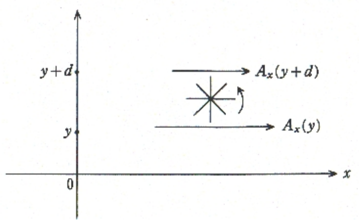
となって、$\dfrac{\partial A_y}{\partial x}$ の正体が明らかになる。

同じように、x 方向成分 $\dfrac{\partial A_x}{\partial y}$ の流れも考えておこう。

ここで一つ注意しなければならないのは、先ほどの第一項の $\dfrac{\partial A_y}{\partial x}$ は左回りを意味してお

り、それに加算するにはこの場合も左回転でなければならないことである。というのも回転ベクトルの向きは回転軸に沿って右手系だからである。

つまり $\frac{\partial A_y}{\partial x}$ それ自体は右回りの回転速度を示しているので、それを左回りの速度にしようとすれば、符号を逆にすればよい。マイナスの符号の正体が判った。したがって、以上を加算すれば



$$\frac{\partial A_y}{\partial x}-\frac{\partial A_x}{\partial y}$$

であり、$\left(rot\vec{A}\right)_z$の意味とは、結局 z 軸を回転軸に持つ半径無限小の水車がどの程度の速度で回転しているかを示していることが明らかになったわけである。同様に、x 軸と y 軸を中心軸に持つ水車についても考えれば、$rot\vec{A}$ についての説明は一応完了する。

以上、5 章の一部を紹介したが、各自目次を見て、ここは手こずったと思うところがあれば是非覗いて見て欲しい。

本書には、学校で教えてくれない考え方のコツが随所に見られる。紙や鉛筆がなくても、乗り物の中でも、リラックスして読める様に構成されている。

また、判り易い図で物理の勘所を楽しくマスター出来るように基本を大胆にイメージ化する考え方も伝授してくれる。

本書のように、何故その公式が成立するかを根気よく追求する姿勢は、我々が何か問題に突き当たった時に大いに役立つはずである。問題解決型の視点から勉強していくことの大切さを本書は教えてくれる。

数学の専門家からは、「厳密でない」とケチを付けられるかも知れないが、最初にざっくり理解するにはこれで十分である。そもそも全員が物理学者になるのではないのだから、「何も理解できない気持ちの悪さをずっと引きずる」よりはるかに良いだろう。

本書は理工系で学ぶ数学の難所突破の特効薬とも言われており、お薦めの書である

2016.11.14